MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN TIMIŞ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ – 18.02.2012

<u>SUBIECTE - clasa a XII-a:</u>

1.	Fie $G=\left\{A(x)=\begin{pmatrix}1-x & x\\ -2x & 1+2x\end{pmatrix} \mid x\in(-1,\infty)\right\}$. Să se arate că: **(i)** $(G,\cdot)$ este grup comutativ; **(ii)** $(G,\cdot)\cong((0,\infty),\ \cdot)$.
2.	**(i)** Fie $(G,\cdot)$ un grup în care $xy^{-1}=yx^{-1}$, pentru orice $x,y\in G\setminus\{e\}$. Să se arate că G este abelian. **(ii)** Să se determine subgrupurile finite ale grupului $(Z,+)$.
3.	**(i)** Să se stabilească dacă există $k\in R$ astfel încât funcția $f:R\to R, f(x)=\begin{cases}\sin\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\cos\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ k, & x=0\end{cases}$ să admită primitive pe R. Justificați răspunsul. **(ii)** Să se calculeze $\int\frac{(x+1)\ln x}{e^x(x\ln x-1)^2}dx,\ x\geq e.$
4.	Fie $f:[0,1]\to R^*$ o funcție primitivabilă. Să se arate că nu există o primitivă F a funcției f cu proprietatea că $F(x)=f(x)\cdot f\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$, pentru orice $x\in[0,1]$.

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează de la 1 la 10 puncte.

succes!

prof.Zeno Blajovan, inspector de specialitate - I.S.J. Timiş)